الجزء الثاني - ثنائي القطب RL

ملاحظة : أحيانا نرمز للتوتر بين طرفي الوشيعة بالرمز u_L عوَض u_b ، وأحيانا نكتب $u_b = ri + u_L$ ، حيث نعتبر $u_L = L\dfrac{di}{dt}$ (المتحرّض)

التمرين 18

1 – التوتر بين طرفي الوشيعة في النظام الدائم $U_L = r\,I = 6 \times 1,5 = 9\ V$

2 – لما نقصّر الدارة (قطع التيار) تنتقل شدة التيــار من القيمة I إلى الصفر في مدّة قصيرة جدّا ، فتنشأ في الوشيعة قوة محركة كهربائية قيمتها المتوسطة $e = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = -\dfrac{0-1,5}{2,5\times10^{-3}} = 600V \approx U'_L$ (القيمة العظمى أكبر من هذه القيمة)

نلاحظ أن فرق الكمون بين طرفي الوشيعة في مدة قطع التيار يكون مرتفعا جدا ، أما استنتاجنا هو بإمكان هذا التوتر العالي أن يخرب أجهزة كهربائية تحتوي على وشائع عندما نقطع التيار ، لهذا يجب أن تُحفظ هذه الأجهزة بربط نواقل أومية أو صمامات تجعل على إخماد هذا التوتر العالي .

التمرين 19

1 – مقاومة الوشيعة (أو المقاومة الداخلية للوشيعة) $r = \dfrac{U}{I} = \dfrac{6}{1,5} = 4\ \Omega$

2 – التوتر بين طرفي الوشيعة : $u_L = ri + L\dfrac{di}{dt}$ (1)

$\dfrac{di}{dt}$ هو ميل المستقيم $i = f(t)$ ، حيث $\dfrac{di}{dt} = -\dfrac{3}{1,5} = -2A.s^{-1}$

في اللحظة $t = 0,5\ s$ يكون $i = 2\ A$

بالتعويض في العلاقة (1) : $u_L = 4 \times 2 - 0,1 \times 2 = 7,8\ V$

التمرين 20

التوتر بين طرفي الوشيعة : لدينا عبارة شدة التيار $i = 10\,t - 3$ ، إذن $\dfrac{di}{dt} = 10\ A.s^{-1}$

$$u_L = ri + L\frac{di}{dt} = 8(10t-3) + 10L = 80t - 24 + 10L$$

عند $t = 0,15\ s$ يكون $u_L = 0$ ، إذن $10\,L = 24 - 12$ ، وبالتالي $L = 1,2\ H$

التمرين 21

1 – التيار الذي مررناه في الوشيعة هو تيار متغيّر ودوري ، حيث أن دوره $20\ ms$. (أي أن شكله يتكرر كل $20\ ms$)

2 – - في المجال $[0, 10s]$ ، $i = f(t)$ عبارة عن مستقيم ميله $a = \dfrac{0,4}{10^{-2}} = 40\ As^{-1}$ ، ويمر بالنقطة $(0 , 0)$ ، إذن معادلة تغير شدة التيار في هذا المجال هي : $i = 40\,t$

- في المجال $[10s, 20s]$ ، $i = f(t)$ عبارة عن مستقيم ميله $a' = -\dfrac{0,4}{10^{-2}} = -40\ As^{-1}$ ، ويمر بالنقطة $(20\ s , 0)$ ،

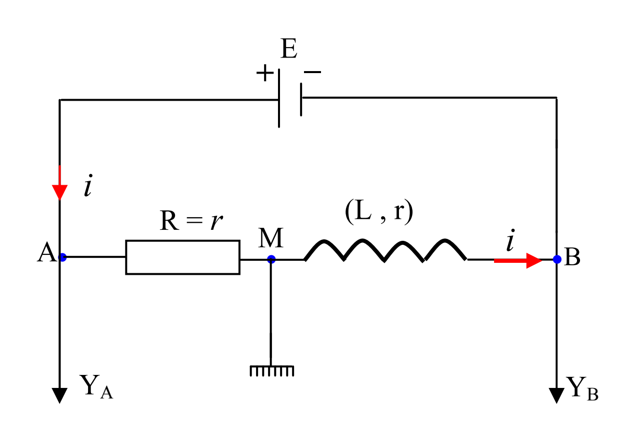
معادلته من الشكل $i = -40\,t + b$. عند $t = 20$ ms يكون $i = 0$ ، ومنه : $0 = -40 \times 0{,}02 + b$ ، وبالتالي $b = 0{,}8$ A

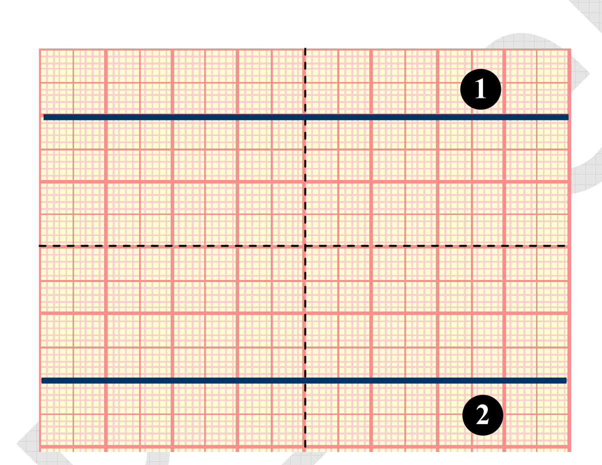
معادلة تغير شدة التيار في هذا المجال هي : $i = -40\,t + 0{,}8$

3 – التوتر بين طرفي الوشيعة : لدينا $\frac{di}{dt} = +40\,A s^{-1}$ (لأن $u_L = +0{,}4V$ ، وذلك عند $t = 10$ ms)

$u_L = L\frac{di}{dt}$. $u_L = L \times 40$ ، ومنه $L = 10$ mH

التمرين 22





1 -

البيان (2) يمثّل التوتر بين طرفي الوشيعة U_{BM} ، لأن $U_{BM} < 0$ (حيث U_{MB} هو الموجب) ، إذن الخط ينحرف إلى أسفل الشاشة .

البيان (1) يمثّل التوتر بين طرفي الناقل الأومي U_{AM} ، لأن $U_{AM} > 0$ ، إذن الخط ينحرف إلى أعلى الشاشة .

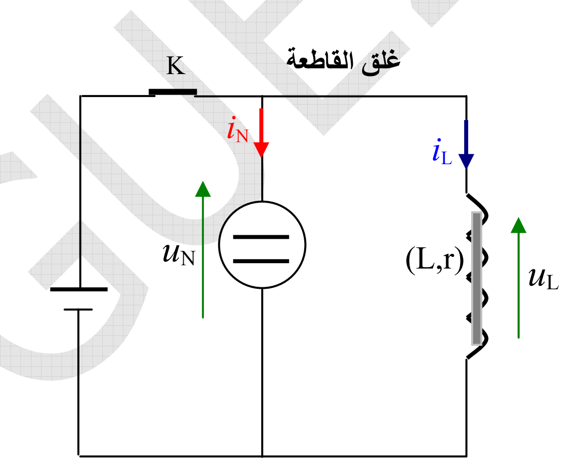
2 – تتصرّف الوشيعة كناقل أومي (نظام دائم : $\frac{di}{dt} = 0$) .

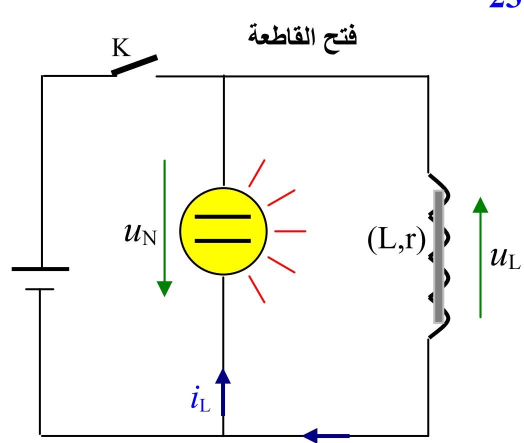
3 – شدة التيار المار في الدارة $I = \frac{U_R}{R} = \frac{3 \times 2}{12} = 0{,}5\ A$ أو $I = \frac{U_L}{r} = \frac{3 \times 2}{12} = 0{,}5\ A$

4 – قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد (E) : حسب قانون أوم : $E = (R + r)\,I = 24 \times 0{,}5 = 12$ V

أو من البيانين : $E = U_L + U_R = 2 \times 3 + 2 \times 3 = 12V$

التمرين 23





القطعة الموجودة داخل الوشيعة عبارة عن نواة حديدية وظيفتها رفع قيمة ذاتية الوشيعة .

1 - عندما نغلق القاطعة يمر تيار شدّته I_L في الوشيعة وتيار آخر شدته I_N في المصباح ، بحيث يكون $U_N = U_L = E = 12$ V

من المفروض أن يمر في الوشيعة تيار شدته $I_L = \frac{U_L}{r} = \frac{E}{r} = \frac{12}{6} = 2\ A$ وليس 1,5 A ، وذلك في حالة مولّد مثالي .

أما إذا كان المولّد غير مثالي ، يمكن أن تكون شدّة التيار I = 1,5 A

للمزيد : التوتر بين طرفي المولّد الحقيقي (وهو غير مستعمل في البرنامج) ، $u = E - r'i$ ، حيث r' هي المقاومة الداخلية للمولد .

في هذه الحالة يكون لدينا في الدارة : $E - r'i = u_L$ ، وبالتالي يكون $u_L < E$.

وهكذا يكون التوتر بين طرفي الوشيعة $u_L = 1,5 \times 6 = 9V$

2 - المصباح لا يشتعل لأن التوتر بين طرفيه أقل من 220 V . (سواء 9V أو 12V)

3 - عندما نغلق القاطعة يتوزع التيار الذي يُصدره المولد بين المصباح والوشيعة ، وتكون عادة شدّة التيار في المصباح أقل من شدّة التيار في الوشيعة ، وذلك حسب المقاومة الكبيرة للمصباح بالنسبة للوشيعة . وتكون القوّة المحركة الكهربائية (E) للمولد غير كافية لإشعال المصباح .

عندما نفتح القاطعة ينعدم التيار فجأة في المصباح ، لأن المصباح عبارة عن ناقل أومي ، ونعلم أن الناقل الأومي لا يبطئ انعدام التيار (عدم استمرارية التيار في ناقل أومي) . أما التيار في الوشيعة ينعدم بالتدرج حسب العلاقة $i_N = \frac{E}{r+R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ (لا ينعدم فجأة) ، أي (استمرارية التيار في الوشيعة) .

وبالتالي يمر التيار i_L في الناقل الأومي . إن مدة حياة هذا التيار هي $t = 5\tau$.

وبالتالي $\tau = \frac{t}{5} = \frac{0,0025}{5} = 5 \times 10^{-4}\, s$.

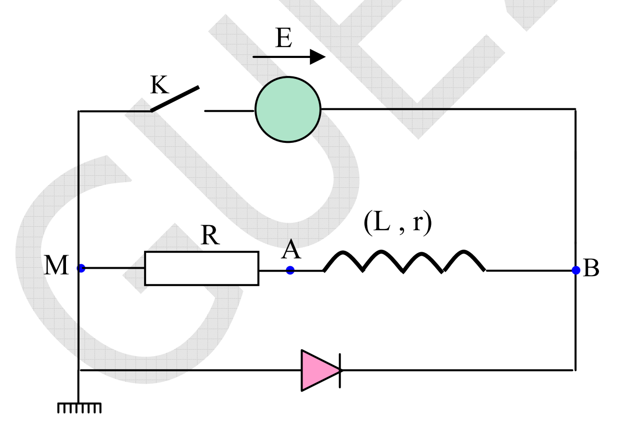
نحسب مقاومة المصباح التي نعتبرها ثابتة (لأن هناك مصابيح تتغير مقاومتها أثناء اشتغالها) .

لدينا $\tau = \frac{L}{R+r}$ ، ومنه $R = \frac{L}{\tau} - r = \frac{0,4}{5 \times 10^{-4}} - 6 = 794\Omega$

عند فتح القاطعة تبقى جهة التيار في الوشيعة كما كانت قبل فتح القاطعة (العكس في المكثفة) . إذن يمر في المصباح تيار شدته $I_N = 1,5\ A$ ، ويكون عندها $u_b + u_R = 0$ ، وبالتالي تكون أكبر قيمة للتوتر بين طرفي الوشيعة : $u_b = -u_R$

$u_b = -R \times I_N = -794 \times 1,5 = -1191V$ ، أي $|u_b| = 1191V$

التمرين 24



1 – تطوّر شدّة التيار في الدارة : $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ، (الوشيعة صافية)

انظر للدرس كيف وجدنا هذه العلاقة عند قطع التيار .

2 - أ) التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R = R\, i$

$$u_R = R\frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = E e^{-\frac{R}{L}t}$$

u_0 هو التوتر بين طرفي الناقل الأومي في اللحظة $t = 0$ ، أي : $u_0 = E$

عند اللحظة t_1 : $u_R = 0,9\ u_0 = u_0 e^{-\frac{R}{L}t_1}$ (1)

عند اللحظة t_2 : $u'_R = 0,1\ u_0 = u_0 e^{-\frac{R}{L}t_2}$ (2)

بتقسيم العلاقتين (1) و (2) طرفا لطرف نجد : $9 = e^{(t_2-t_1)\frac{R}{L}}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على طرفي هذه العلاقة ، نكتب :

$ln\ 9 = (t_2 - t_1)\times\frac{R}{L}$ ، ومنه $\frac{R}{L} = \frac{ln\ 9}{t_2 - t_1}$ ، ولدينا ثابت الزمن $\tau = \frac{L}{R}$ ، إذن

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{ln\ 9} = \frac{1,65\times10^{-3}}{2,2} = 0,75\times10^{-3}\ s$$

ب) ذاتية الوشيعة : $L = \tau\times R = 0,75\times10^{-3}\times1000 = 0,75H$.

ملاحظة :

الهدف من وضع الصمام في الدارة وتوجيهه بهذا الشكل هو منع حدوث الشرارة الكهربائية التي تظهر عند القاطعة عند فتحها .

سبب وجود هذه الشرارة : لو لم يوجد الصمـــام أين تذهب الطاقة المغناطيسية التي كانت مخزنة في الوشيعة لحظة فتح القاطعة؟

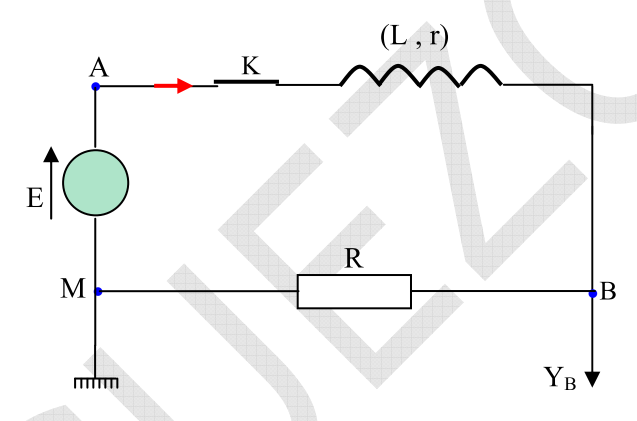
إن فتح القاطعة يخلق مقاومة كبيرة جدا متكونة من حيّز من الهواء موجود بين فكّي القاطعة ، إذن تصوّر هذه المقاومة الكبيرة مضروبة في شدة التيار التي كانت تمر في الوشيعة قبل فتح القاطعة ، فإنها تعطي توترا كبيرا بين طرفي القاطعة ، بحيث تفرّغ طاقة الوشيعة على شكل طاقة كهرومغناطيسية (ضوء) وهذا الذي نشاهده ...

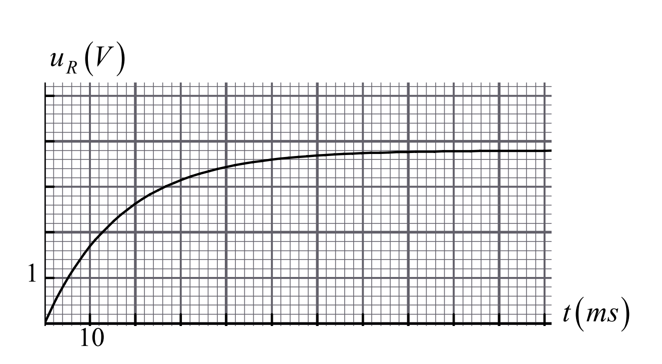
يمكن لهذه الطاقة أن تخرّب أجهزة أخرى مربوطة وراء القاطعة ، مثل بطاقة الحبكة المعلوماتية التي ترفق تركيب التجربة بجهاز الكمبيوتر .

الصمام يمرر التيار الكهربائي في نفس الدارة ويحمي الأجهزة الأخرى .

التمرين 25

1 – التوتر الذي يظهر في المدخل Y_B هو التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R = R\,i$





2 – في النظام الدائم يكون (من البيان) $u_R = 3$ V ، ولدينا قانون أوم في ناقل أومي $u_R = R\,I_0$ ، $I_0 = \frac{3}{50} = 0,06\ A$

3 – حسب قانون جمع التوترات : $E = u_R + u_L$ ، أي $E = (R+r)i + L\frac{di}{dt}$

4 – في النظام الدائم يكون $E = (R + r)\,I_0$ ، ومنه : $r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{3,8}{0,06} - 50 = 13,3\Omega$

ملاحظة : السؤال 4 كان أكثر دقة في الطبعة القديمة ، وهذا هو نصه : احسب المقاومة الداخلية للوشيعة ومقاومتها .

لحساب ذاتية الوشيعة نحسب أولا ثابت الزمن ، وذلك من البيان $u_R = f(t)$ ، حيث أن عند الزمن $t = \tau$ يكون :

$u_R = 0{,}63 \times 3 = 1{,}89$ V يوافق $\tau \approx 17\,ms$.

ذاتية الوشيعة $L = R' \times \tau = (R + r) \times \tau = 63{,}3 \times 17 \times 10^{-3} \approx 1$ H .

التمرين 26

1 – المعادلة التفاضلية لشدة التيار عند تطوّره نحو قيمة ثابتة غير معدومة معناه المعادلة أثناء تطبيق التيار .

حسب قانون جمع التوترات في ثنائي القطب RL ، نكتب : $E = Ri + L\dfrac{di}{dt}$ (الوشيعة صافية ، أي $r \approx 0$)

بتقسيم طرفي هذه المعادلة على L ، نجد المعادلة التفاضلية المطلوبة : $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R}{L}i = \dfrac{E}{L}$ (1)

2 – لدينا حل المعادلة التفاضلية (1) هو : $i(t) = a + be^{-\alpha t}$ (2)

نعوّض في المعادلة (1) : $-\alpha b e^{-\alpha t} + \dfrac{R}{L}\left(a + be^{-\alpha t}\right) = \dfrac{E}{L}$

$$\frac{R}{L}a + be^{-\alpha t}\left(\frac{R}{L} - \alpha\right) = \frac{E}{L}$$

حتى تكون هذه المعادلة محققة ، يجب أن يكون : $\dfrac{R}{L} - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \dfrac{R}{L}$ ، و $\dfrac{R}{L}a = \dfrac{E}{L} \Rightarrow a = \dfrac{E}{R}$.

نعلم أنه عند $t = 0$ يكون $i = 0$. بالتعويض في المعادلة (2) : $0 = a + be^{0} = a + b \Rightarrow a = -b$

وبالتالي : $a = -b = \dfrac{E}{L}$

3 – الشدة العظمى للتيار : $I_0 = \dfrac{E}{R} = \dfrac{6}{12} = 0{,}5\ A$

4 – ثابت الزمن : $\tau = \dfrac{L}{R}$ ، لكن L مجهولة !

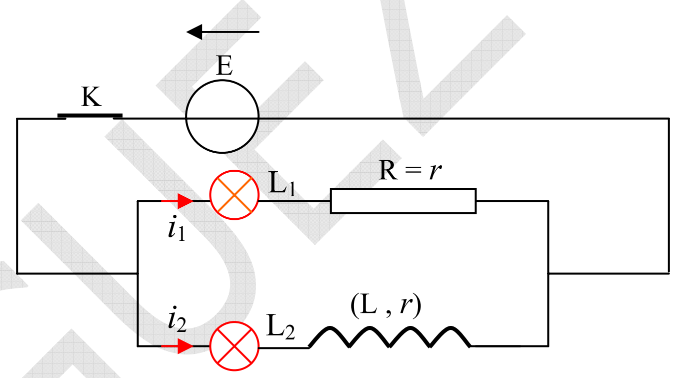


التمرين 27

1 – عبارة التوتر في كل فرع :

الفرع (1) : $u_1 = (r + R_1)\, i_1$

الفرع (2) : $u_2 = (r + R_1) i_2 + L\dfrac{di_2}{dt}$



2 – في الفرع (1) : بمجرد غلق القاطعة يشتعل المصباح L_1 ، لأن الناقل الأومي لا يعرقل تطبيق التيار (ذاتية الناقل الأومي معدومة) ، وبالتالي عدم استمرارية شدة التيار .

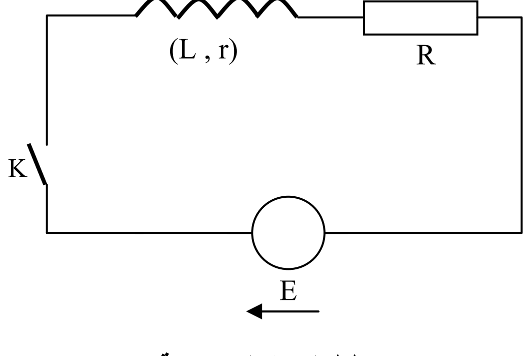
في الفرع (2) : الوشيعة تقاوم تغيّر التيار ، حيث تنشأ قوة كهربائية متحرضة تمرّر تيارا في الوشيعة عكس جهة التيار i_1 مما يزيد في مدّة تطبيق i_1 ، وبالتالي المصباح L_2 يشتعل بعد المصباح L_1 .

3 – في النظام الدائم يصبح $i_1 = i_2 = I$ ، لأن مقاومتي الفرعين متساويتان .

4 – الوسيلة العملية التي تبيّن لنا أن $i_1 = i_2$:

- إما مشاهدة قوة الإضاءة في المصباحين متماثلة (أقل دقة) .
- أو بكل بساطة ربط مقياس أمبير في كل فرع وقراءة شدة التيار عليهما .

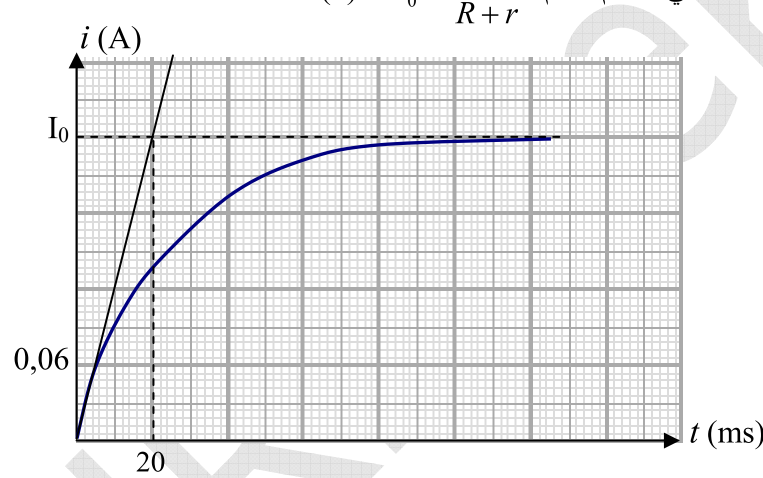
التمرين 28



مخطط الدارة الكهربائية

1- مخطط الدارة في الشكل المقابل .

2- في النظام الدائم $I_0 = \frac{E}{R+r}$ (1)

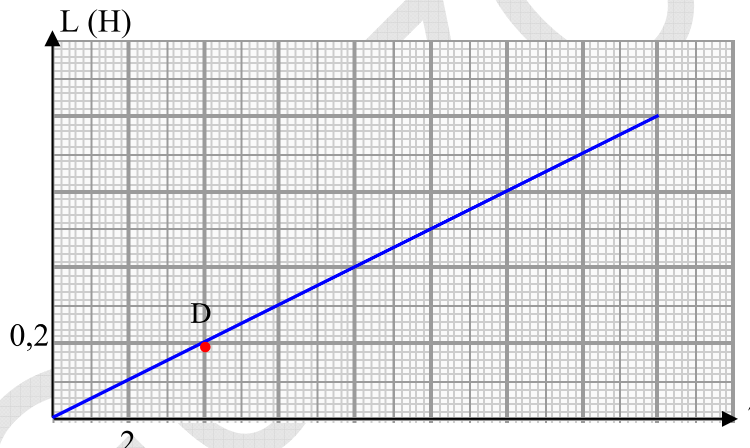


2 – في النظام الدائم لدينا من البيان : $I_0 = \frac{E}{R+r}$ هي أعظم قيمة لـ i ، أي $I_0 = 0,06 \times 4 = 0,24$ A

بالتعويض في (1) : $R+r = \frac{12}{0,24} = 50\Omega$ ، ومنه $r = 50 - 35 = 15\ \Omega$

3 – من البيان لدينا فاصلة نقطة تقاطع المماس للبيان في المبدأ مع المستقيم الأفقي $i = I_0$ هي $t = \tau = 20$ ms

$L = \tau \times (R+r) = 20 \times 10^{-3} \times 50 = 1H$



4 - أ) العبـارة البيانية هي : $L = a\,\tau$

a هو ميل المستقيم .

ب) ثابت الزمن من الدراسة النظرية هو $\tau = \frac{L}{R+r}$

جـ) من البيان نأخذ نقطة كيفية ، مثلا النقطة (D) ، حيث

L = 0,2 H و τ = 4 ms ونستنتج :

$R+r = \frac{L}{\tau} = \frac{0,2}{4\times10^{-3}} = 50\Omega$ ، وهذه النتيجة تتفق مع المعطيات ، أي أننا وجدنا نفس قيمة $R + r$.

التمرين 29

1 – لدينا شدة التيار $i = 1,2\left(1-e^{-2t}\right)$ ، حيث i بـ A و t بـ s

عند $t = 0$ يكون $i = 1,2\,(1-1) = 0$. شدة التيار معدومة إذن الطاقة معدومة لأن $E_b = \frac{1}{2}Li^2$

2 - نكتب عبارة الشدة كما يلي : $i = 1,2\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}\right)$

عند $t = \tau$ ، يكون $i = 1,2\left(1-\frac{1}{e}\right) = 1,2\left(1-\frac{1}{2,71}\right) = 1,2\times 0,63 = 0,75\ A$.

الطاقة المخزّنة : $E_b = \frac{1}{2}Li^2 = 0,5\times 1\times (0,75)^2 = 0,28J$

عندما $t \to \infty$ ، فإن $i = 1,2\left(1-e^{-\infty}\right) = 1,2(1-0) = 1,2A$

الطاقة المخزّنة : $E_b = \frac{1}{2}Li^2 = 0,5\times 1\times (1,2)^2 = 0,72J$

3 - من عبارة شدّة التيار لدينا $\frac{1}{\tau} = 2$ ، ومنه $\tau = 0,5$ s . مقاومة الوشيعة هي $r = \frac{L}{\tau} = \frac{1}{0,5} = 2\,\Omega$

التمرين 30

تمثّل هذه الحالة قطع التيار عن الوشيعة .

1 – لدينا المعادلة التفاضلية التي تخضع لها شدة التيار في الدارة : $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$ (1)

هذه المعادلة التفاضلية لها حل من الشكل : $i = Ae^{\alpha t} + B$ (2)

لكي نحدّد B ، α نعوّض في المعادلة (1) : $i = Ae^{\alpha t} + B$ و $\frac{di}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{R}{L}\left(Ae^{\alpha t} + B\right) = 0$$

$$Ae^{\alpha t}\left(\alpha + \frac{R}{L}\right) + \frac{BR}{L} = 0$$

حتى تكون هذه المعادلة محققة يجب أن يكون $\alpha = -\frac{R}{L}$ و $B = 0$

نستنتج A من المعادلة (2) ، حيث تكون عند اللحظة $t = 0$ شدة التيار في الوشيعة $i = \frac{E}{R}$.

بالتعويض : $\frac{E}{R} = Ae^0 + B$ ، إذن $A = \frac{E}{R}$ ، وبالتالي

حل المعادلة هو $i = \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ ، حيث $\frac{E}{R} = I_0$

2 – الطاقة المخزّنة في الوشيعة بدلالة الزمن :

$$E_b = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left(I_0 e^{-\frac{R}{L}t}\right)^2 = \frac{1}{2}LI_0^2\, e^{-\frac{2R}{L}t}$$

$$E_b = \frac{1}{2}LI_0^2\, e^{-\frac{2}{\tau}t}$$

E_b (J)
0,2
0,5
t (ms)

الطاقة المخزّنة في الوشيعة من الشكل :

$E_b = E_{b0}\ e^{-\frac{2}{\tau}t}$ ، حيث $E_{b0} = 0,2\ J$

3 - ميل المماس عند النقطة $(0\ ;\ E_{b0})$ هو مشتق العلاقة $E_b\ (t)$ عند $t = 0$

ميل المماس : $tg\alpha = -\dfrac{OB}{OA} = -\dfrac{E_{b0}}{OA}$

مشتق $E_b\ (t)$ هو $\dfrac{dE_b}{dt} = -\dfrac{2E_{b0}}{\tau}\ e^{-\frac{2}{\tau}t}$

وعند $t = 0$ يكون المشتق : $\dfrac{dE_b}{dt} = -\dfrac{2E_{b0}}{\tau}\ e^{-\frac{2}{\tau}0} = -\dfrac{2E_{b0}}{\tau}$

ميل هذا المماس هو نفسه $\dfrac{dE_b}{dt}/_0$

$-\dfrac{E_{b0}}{OA} = -\dfrac{2E_{b0}}{\tau}$ ، ومنه : $OA = \dfrac{\tau}{2}$ ، إذن فاصلة النقطة A هي : $t = \dfrac{\tau}{2}$

4 – لدينا $\dfrac{\tau}{2} = 0,5$ ، ومنه $\tau = 1\ ms$

مقاومة الدارة (الناقل الأومي والوشيعة) $R = 100\ \Omega$ ، ونعلم أن ثابت الزمن هو $\tau = \dfrac{L}{R}$ ، ومنه :

$L = R \times \tau = 100 \times 10^{-3} = 0,1\ H$

5 – الزمن اللازم لتناقص الطاقة إلى النصف :

عند اللحظة $t = 0$ كانت الطاقة المخزّنة في الوشيعة $E_b = \dfrac{1}{2}LI_0^2$. نحسب اللحظة t التي تكون فيها الطاقة نصف هذه الكمية

$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}LI_0^2\right) = \dfrac{1}{2}LI_0^2\ e^{-\frac{2}{\tau}t}$ ، أي $\dfrac{1}{2} = e^{-\frac{2}{\tau}t}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على طرفي المعادلة نجد :

$-ln2 = -\dfrac{2}{\tau}t$ ، وبالتالي : $t = t_{1/2} = \dfrac{\tau}{2}\ ln2$